

Des mathématiques au fil des siècles

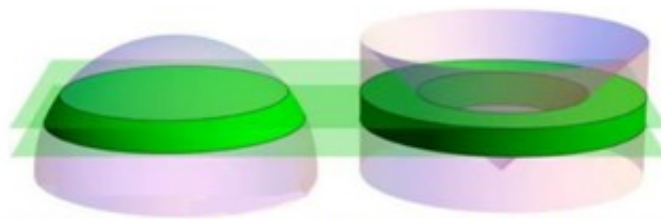
par M.T. Benhabiles, Pr

Les premiers embryons des mathématiques au sens moderne se retracent à la Grèce antique. Un corpus impressionnant de connaissances était déjà acquis trois siècles avant notre ère. Des personnalités comme Pythagore, Euclide, Archimède, Aristote et Platon, méritent révérence. Les mathématiques des anciens Grecs étaient une science des formes, de la déduction, et de la logique.

Derrière le sublime de la géométrie qu'elle a édifié, la civilisation grecque, par ses philosophes, ses aèdes et ses historiens, méprisait les nombres. C'est un singulier paradoxe. Cette aversion remonte à la création de la monnaie par les grecs, un champ propice aux calculs et aux comptes. Mais la bonne société athénienne, à laquelle appartenait la caste des philosophes, dédaignait les gens trop portés sur l'argent et son intendance. L'un dans l'autre, la philosophie grecque s'est peu souciée du numéral.

Les grecs n'avaient pas de caractères numériques et leur système numéral est purement formel. Les chiffres avaient des noms, *Ena Dyo Tria...* et les nombres s'exprimaient par les lettres. La position de la lettre indique à l'extrême droite l'unité, à sa gauche la dizaine, suit la centaine. Les dix premières lettres de l'alphabet donnent dans l'ordre la valeur des unités, les dix lettres suivantes les dizaines, les cinq lettres restantes les centaines. Exemple : $\phi\mu\gamma$ (21^{ème} lettre de l'alphabet grec, 12^{ème} lettre, et 3^{ème} lettre) désigne **123** cent vingt trois. C'est un système décimal où seuls les nombres entiers sont représentés.

Les grecs pouvaient parfaitement spécifier les dimensions d'une figure, en déduire la formule donnant son périmètre ou sa surface, mais sans avancer un nombre exact pour l'exprimer. Archimède a défini la constante π comme le rapport du périmètre du cercle à son diamètre, mais sa valeur précise ne peut pas être connue faute d'une représentation numérale adéquate. Archimède avait émis le vœu qu'on donnât à sa tombe la forme de son plus beau théorème que je vous invite à déguster :



surface de la tranche de la calotte sphérique = surface latérale de la tranche du cylindre inscrit
volume de la tranche sphérique = volume (tranche de cylindre inscrit – tranche de secteur conique)



la tombe présumée d'Archimède à Syracuse en Sicile

Je profite ici pour noter une anomalie épistémologique concernant ce génie en avance sur son temps. Les inventions d'Archimède ressemblent trop à celles qui sont attestées du seizième siècle. La poussée d'Archimède nous est parvenue par un ouvrage en latin datant de 1565 titré *De lis que vehuntur in aquâ*, où son auteur Commendin explique le traité *De insidentibus humido* qui est une traduction latine non datée d'un traité écrit en grec par Archimède. Ces deux traités ont disparu. "Commendin" n'est pas un patronyme mais un mot latin qui signifie *Commentateur*. L'énoncé usuel de la poussée d'Archimède est anachronique vu qu'il fait usage des lois de Newton.

La science des nombres s'est fondée à la même période dans le sous-continent Indien, avec des noms illustres comme Baudhayana au 8^{ème} siècle av.JC, ou Pingala au 4^{ème} siècle av.JC. Les hindous possédaient dès les origines un système numéral ingénieux, encore sans égal de nos jours pour les opérations arithmétiques. Leur géométrie était aussi raffinée que celle des grecs, c'est à l'Inde que nous devons notre vocable arabe pour géométrie *hendassa*.

Durant le bas moyen-âge, les arabes s'approprièrent les mathématiques gréco-hindoues qui incluaient déjà les bases de l'algèbre et de l'analyse, notamment l'usage des nombres négatifs. Les arabes et les persans ont énormément enrichi ce patrimoine, et ont contribué de façon concluante à la consécration des sciences en général et des mathématiques en particulier. Je cite Abu Wafa, Al Khawarizmi, Al Kindi, Omar Khayam, et l'étymologie des mots algèbre, algorithme, almanach, alambic,... ces termes définissent d'eux mêmes la nature de leur sujet. Les arabes, outre le maniement des équations algébriques qui requiert la connaissance des nombres réels, ont surtout apporté une science de la notation et des symboles mathématiques, comme le trait des fractions et l'inconnu x , qui faisait défaut aux grecs et aux hindous, et qui a fait gagner du temps à la renaissance chrétienne.

Depuis la nuit des temps jusqu'à nos jours, et dans toutes les cultures, les nombres sont source de superstition et d'occultisme. Certains nombres passent pour être bénéfiques et d'autres maléfiques. Cela a forgé la matrice des pseudo-sciences numérologiques et cabalistiques. C'est une tendance très naturelle des mathématiques. Dès que l'on relâche le sérieux qui leur est dû, elles flétrissent en astrologie et autre chiromancie. Longtemps les arabes avaient coutume d'étaler du sable ou de la poussière sur une tablette en bois, et tracer avec leur doigt des calculs à faire rapidement, *la science de la poussière*. Des charlatans ont métamorphosé cette pratique en la sorcellerie appelée *le trait dans le sable*, et l'âge d'or de la science musulmane passa le relais à la chrétienté.

Au début du seizième siècle les érudits européens adoptent les chiffres arabes. La renaissance italienne admit les mathématiques comme support indispensable aux arts techniques, et en 1564 les jésuites introduisent à l'université de Rome les mathématiques qui étaient jusque là absentes dans tous les cursus scholastiques. L'université chrétienne assoit définitivement son prestige en ouvrant les chaires de sciences exactes. Jusqu'au milieu du dix-huitième siècle, la science s'écrivait en latin, "*la seule langue humaine qui permet de comprendre le sens des choses*" d'après Marcel Pagnol.

Durant cette période, des frontières très diffuses séparaient l'ésotérisme et l'hermétisme de la science, aussi bien dans les sujets traités que dans les finalités. La découverte du magnétisme en 1564 aiguisa l'imaginaire des hommes qui ont exorbité ses vertus, comme croire que certains élus possédaient le pouvoir d'aimanter les corps par leur toucher, et en user selon la circonstance comme thérapie ou comme sortilège.

En 1608 l'opticien hollandais Hans Lippershey invente le télescope. Cet instrument parvient chez Galilée qui en fait une publication en 1610. Un moine capucin allemand, Anton Schyrleus, le perfectionne et le fit connaître en Europe. Il a été condamné à l'exil par l'Inquisition. Il fût un temps où exhiber une lentille de verre était péché mortel. Galilée publie sa doctrine géophysique en 1616.

Entretiens le danois Tycho Brahe consacra des décennies à collecter scrupuleusement des données sur les positions des planètes. Il les transmet à Johannes Kepler, luthérien bavarois neutre dans la ravageuse guerre de trente ans, qui les utilisa pour établir en 1619 ses célèbres lois sur le mouvement des planètes, et grâce auxquelles Newton formulera sa théorie de la gravitation à partir de 1686.

La magie noire et la sorcellerie étaient pratiquées à grande échelle et elles étaient indiscernables de la science de l'époque. Les raisons ne manquaient pas aux savants pour se cloîtrer en fratries secrètes. Beaucoup de scholars à l'instar de Robert Boyle, Robert Hooke, et Isaak Newton, étaient adeptes de la Rose-Croix, c'est-à-dire des alchimistes. Boyle rassemble un groupe de savants anglais appelés *The Invisible College* qui s'échangeaient une correspondance scientifique dans la clandestinité. Au fil de leurs découvertes et des développements mathématiques sous-jacents, ils se reconvertirent en scientifiques, et ils fonderont la très prestigieuse Royal Society of London en 1660.

En 1666 sous l'impulsion de son principal ministre Colbert, le Roi Louis XIV crée l'Académie Royale des Sciences, présidée par Giovanni Cassini. Trois illustres savants venaient de disparaître : René Descartes en 1650, Blaise Pascal en 1662, Pierre de Fermat en Janvier 1666. L'état de l'art à la fondation de cette académie explique la mise au devant des astronomes. Une toile du peintre Henri Testelin est conservée au grand palais au Château de Versailles. Elle est connue sous le titre :

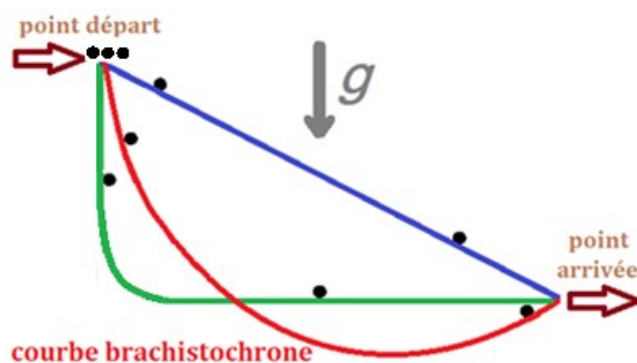
COLBERT PRESENTE A LOUIS XIV LES MEMBRES DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES



A Gilles Personne de Roberval, physicien - B Ole Christensen Römer, astronome danois - C Abbé Jean Picard, mathématicien - D Philippe de la Hire, professeur royal en mathématiques et en architecture - E Giovanni Domenico Cassini, astronome italien, autorité scientifique de l'académie - F Christiaan Huygens, astronome hollandais - G Abbé Edme Mariotte, physicien - H Pierre de Carcavi, mathématicien - I Claude Perrault, docteur en médecine - J Abbé Jean Baptiste du Hamel, premier secrétaire de l'Académie - K Charles Perrault, conteur, secrétaire particulier de Colbert - L Jean Baptiste Colbert, contrôleur général des finances - M Pierre-Paul de Riquet, ingénieur et constructeur du canal du Midi - N Le Roi Louis XIV - O Jacques Borelli, conseiller, médecin du roi - P Monsieur, le frère du Roi - Q Jean Pecquet, docteur en médecine

La première revue scientifique au monde *Le Journal des Sçavans* apparaît en 1665. Elle débute comme une gazette et ne publia son premier article fondamental qu'en Décembre 1676, *démonstration de la vitesse de la lumière* par le danois Ole Römer. Suite à une plaisanterie de Cassini que la vitesse de la lumière pourrait être finie, avec une lunette de Galilée et une montre, Römer observe un décalage de 10 minutes sur la position du satellite de Jupiter Io, selon que la terre en soit proche ou éloignée, il en déduit la vitesse de la lumière avec une précision respectable.

En 1696 Jean Bernoulli provoque un engouement général pour le calcul infinitésimal et le calcul variationnel en posant *le problème du brachistochrone* : *Quel chemin doit suivre une bille roulant sans glissement et sans frottement sur une surface sous le seul effet de la pesanteur, pour mettre le temps le plus court entre deux points situés à hauteur différente*. Ce problème débouche sur le principe de moindre action. Des contributions majeures ont été apportées pour sa résolution par Jean Bernoulli lui-même, Maupertuis, Newton, Lagrange, Euler, Weierstrass.



Le calcul différentiel et intégral prolongea le calcul infinitésimal et fit progresser les probabilités. Un pas important se produit en analyse mathématique au début du dix-huitième siècle, appelé le siècle des lumières, avec les logarithmes de Napier (souvent transcrit Neper), et le théorème de la limite centrale de De Moivre en probabilités. L'analyse atteint le long de ce siècle des cimes vertigineuses avec la famille Bernoulli, Euler, Lagrange, D'Alembert, Gaspard Monge, Laplace, Poisson...

Le dix-neuvième siècle fut celui des nombres complexes et des équations différentielles avec Fourier, Jacobi, Gauss, Cauchy, Riemann, Jordan, Green, Stokes, Hamilton... et se termine en apothéose avec David Hilbert qui institua en 1900 ses fameux *23 PROBLEMES DE MATHEMATIQUES QUE LE DIX-NEUVIEME SIECLE POSE AU VINGTIEME*

Le deuxième problème, appelé problème de *décidabilité* (Entscheidungsproblem) s'énonce "Chercher à exprimer les mathématiques par un système formel complet, consistant [i.e. exempt de contradiction], *décidable*, tel qu'étant donnée une proposition mathématique, il serait possible de statuer si elle est vraie ou non en déterminant si elle est démontrable ou non dans ce système"

C'est un tremplin pour la gloire que Hilbert a tendu ici à Kurt Gödel qui répond en 1931 par le *théorème d'incomplétude* qui stipule que "Dans tout système formel il existe des propositions qui ne sont ni démontrables vraies ni démontrables non-vraies". Il définit un système formel par *n'importe quelle procédure de règles mécanisées pour produire des formules, appelées formules démontrables*.

En 1936 Alan Turing a conçu ce système formel par un langage symbolique accompli adressé à *une machine qui procède suivant les règles formulables de notre raison, qui sont complètement définies et qui garantissent l'objectivité absolue de ses décisions*.

Turing démontre qu'il est impossible à la machine de statuer qu'une proposition mathématique est démontrable dans ce système formel, consolidant la thèse de Gödel, et prouvant définitivement que le deuxième problème de Hilbert est insolvable.